

Probă scrisă la matematică

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul natural  $x$  știind că numerele  $-3, x^2, x+4$  sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + m^2$ . Determinați numărul real pozitiv  $m$ , știind că punctul  $A(1, 5)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Determinați soluțiile reale ale ecuației:  $\log_3(x+1) - \log_3(x+3) = -1$ .
- 5p 4. Determinați prețul inițial al unui obiect știind că după o ieftinire cu 10% acesta costă 315 lei.
- 5p 5. Calculați modulul vectorului  $\vec{v} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ , știind că  $A(1, 2)$  și  $B(3, -5)$ .
- 5p 6. Calculați  $\cos x$ , știind că  $\sin x = \frac{5}{13}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

SUBIECTUL al II -lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x, y \in \mathbb{Z}$ .
- 5p a) Arătați că  $A^2 = 3A$ .
- 5p b) Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  pentru care are loc egalitatea  $AB = BA$ .
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi  $(x, y)$  pentru care  $\det B = 2$ .
2. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = (x + 7)(y + 7) - 7$ .
- 5p a) Demonstrați că legea "\*" este asociativă.
- 5p b) Știind că elementul neutru al legii "\*" este  $e = -6$ , determinați mulțimea elementelor simetrizabile ale lui  $\mathbb{R}$  în raport cu legea de compoziție "\*".
- 5p c) Determinați toate perechile de numere întregi  $(a, b)$ , cu  $a < b$ , știind că  $a * b = 4$ .

SUBIECTUL al III - lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 + 1)e^x$ .
- 5p a) Demonstrați că  $f'(x) = (x+1)^2 e^x, (\forall) x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{\frac{f(x)}{e^x}}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $1 \leq f(x) \leq 2e, (\forall) x \in [0, 1]$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x}}$ .

5p

a) Determinați  $\int (\sqrt{x}f(x)-1)dx$ .

5p

b) Determinați primitiva  $G:(0,\infty)\rightarrow\mathbb{R}$  a funcției  $g:(0,\infty)\rightarrow\mathbb{R}, g(x)=\frac{\sqrt{x}\cdot f(x)}{x}$ , al cărei grafic conține punctul  $M(1,2)$ .

5p

c) Calculați  $\lim_{x\rightarrow 1}\frac{F(x)-F(1)}{x-1}$ , unde  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI